

基礎力学演習 第9回 角運動量とトルク

2019年12月6日 担当：佐藤 純

問題1 3次元ベクトル \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を考える。以下の量は、スカラーかベクトルか、答えよ。

(1-1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (1-2) $\vec{a} \times \vec{b}$ (1-3) $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ (1-4) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ (1-5) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$

問題2 3次元空間内の3点 O, A, B の座標を, O:(0, 0, 0), A:(1, -3, 2), B:(-1, 1, -2) とする。
ベクトル \vec{a} , \vec{b} を, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ で定める。

- (2-1) \vec{a} と \vec{b} の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
(2-2) \vec{a} と \vec{b} の外積 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ を求めよ。
(2-3) 内積 $\vec{c} \cdot \vec{a}$ および $\vec{c} \cdot \vec{b}$ を計算することにより, \vec{c} は \vec{a} , \vec{b} と直交していることを確認せよ。
(2-4) 三角形 OAB の面積を求めよ。

問題3 質量 m の物体が xy 面内を運動している。時刻 t における物体の位置は $\vec{r} = \begin{pmatrix} a \cos \omega t \\ b \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$ であるとする。

- (3-1) 物体の運動の軌跡を xy 平面に図示せよ。
(3-2) 時刻 t における物体の運動量 \vec{P} を求めよ。
(3-3) 時刻 t における物体の角運動量 \vec{L} を求め, 保存していることを確かめよ。
(3-4) 時刻 t において物体に働く力を求め, 中心力であることを確かめよ。

問題4

- (4-1) 角運動量の時間変化率は, 物体に働くトルクに等しいことを示せ。
(4-2) 物体に働く力が中心力の場合, 角運動量が保存することを示せ。