

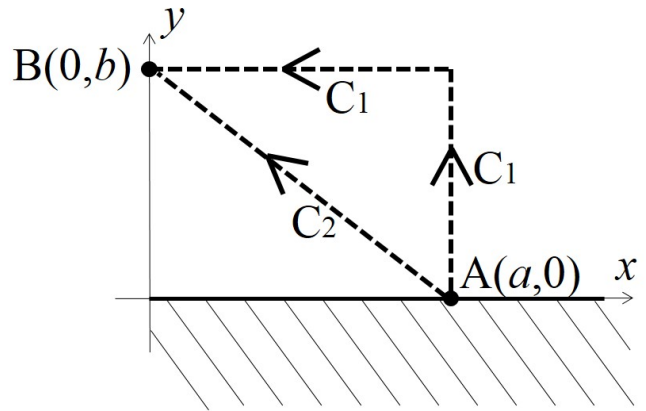
基礎力学演習 第8回 仕事とエネルギー保存則 (3次元)

2019年11月29日 担当：佐藤 純

問題 1 地面に水平に x 軸，鉛直方向上向きに y 軸をとる．質量 m の物体を A 地点 $(a, 0)$ から B 地点 $(0, b)$ まで運ぶのに必要な仕事を求めよう (右図参照)．物体には重力 $\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$ が働いているので，物体を支えるためには $-\vec{F}$ の力が必要である．したがって，物体を $d\vec{r}$ だけ微小に動かすのに必要な仕事は $-\vec{F} \cdot d\vec{r}$ である．これを経路 C に沿って足し合わせれば，物体を経路 C に沿って運ぶのに必要な仕事 $W(C)$ が

$$W(C) = \int_C -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

と求まることになる．



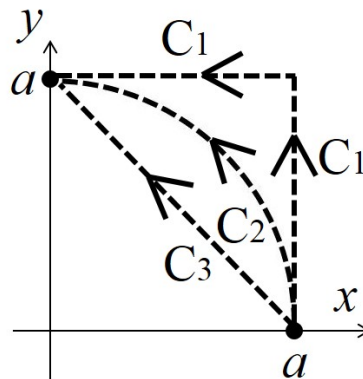
- (1-1) 経路 C_1 に沿って物体を A から B まで運ぶのに必要な仕事 $W(C_1)$ を計算せよ．
- (1-2) 経路 C_2 に沿って物体を A から B まで運ぶのに必要な仕事 $W(C_2)$ を計算せよ．
- (1-3) 重力ポテンシャルは $U(x, y) = mgy$ で与えられる．前問で求めた仕事は経路によらず，ポテンシャルエネルギーの増加分に等しいことを確認せよ．
- (1-4) 物体に働く力 \vec{F} はポテンシャルの微分で

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U$$

と書けることを確認せよ．

問題 2 場所 (x, y) において，物体に力 $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} -ky \\ kx \end{pmatrix}$ が働くとする． (k は定数)

- (2-1) 右図中の経路 C_1 に沿って物体を運ぶのに必要な仕事 $W(C_1)$ を求めよ．
- (2-2) 右図中の経路 C_2 に沿って物体を運ぶのに必要な仕事 $W(C_2)$ を求めよ．ただし， C_2 は半径 a の円弧を表すとする．
- (2-3) 右図中の経路 C_3 に沿って物体を運ぶのに必要な仕事 $W(C_3)$ を求めよ．



問題 3 物体が外力を受けながら運動している．場所 (x, y) で物体が受ける外力を $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} -\frac{kx}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \frac{ky}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{pmatrix}$

とする (k は定数)．原点を基準点として，ポテンシャル $U(x, y)$ を求めよ．