

# 基礎力学演習 第7回 仕事とエネルギー保存則 (1次元)

2019年11月15日 担当：佐藤 純

**問題1**  $x$  軸上を一次元運動する物体を考える。物体は場所  $x$  で外力  $F(x) = -2x - 4x^3$  を受けるとする。

- (1-1) 物体が  $x = 1$  から  $x = 2$  まで移動したとき、外力がした仕事を求めよ。
- (1-2) 物体を  $x = 1$  から  $x = 2$  まで (外力に逆らって人間が) 運ぶのに必要な仕事を求めよ。
- (1-3)  $x = 0$  を基準点として、ポテンシャル  $U(x)$  を求めよ。

**問題2** 単振り子の振れ角  $\theta$  に対する運動方程式は、以前やったように

$$\ell\ddot{\theta} = -g \sin \theta$$

で与えられる。両辺を  $\theta$  で積分することにより、エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgy = \text{定数}$$

を導け。ただし、おもりの速度は  $v = \ell\dot{\theta}$  で、おもりの高さは  $y = \ell(1 - \cos \theta)$  で与えられることを用いてよい。

**問題3** 地上に質量  $m$  のボールが置いてある。鉛直上向きに  $z$  軸を取る。重力加速度を  $g$  とする。

- (3-1) ボールを高さ  $z = h$  の地点まで持ち上げるのに必要な仕事量  $W$  を求めよ。
- (3-2) 高さ  $z$  におけるこのボールの位置エネルギー  $U(z)$  を求めよ。ただし、基準点は  $z = 0$  とする。
- (3-3)  $-U'(z)$  を計算し、ボールの受ける力になることを確認せよ。

**問題4** 摩擦のない床にバネ定数  $k$  のバネがあり、左端は固定、右端には質量  $m$  のおもりが付けられている。バネ左端から右端に向かって  $x$  軸を取り、バネが自然長の位置を  $x = 0$  とする。

- (4-1) バネが  $x$  だけ伸びているとき、さらに  $dx$  だけ伸ばすのに必要な仕事量  $dW$  を求めよ。
- (4-2) 上の結果を  $x = 0$  から  $x = a$  まで足し合わせることによって、自然長のバネを  $a$  だけ伸ばすのに必要な仕事量  $W$  を求めよ。
- (4-3) バネが  $x$  だけ伸びているときに持っているバネの弾性エネルギー  $U(x)$  を求めよ。
- (4-4)  $-U'(x)$  を計算せよ。(おもりが位置  $x$  においてバネから受ける力は  $F(x) = -U'(x)$  で与えられることを確認せよ。)