

基礎力学演習 第6回 減衰振動・強制振動

2019年11月8日 担当：佐藤 純

問題 1 バネ定数 k のバネの一端に質量 m のおもりを付け、他端を固定する。
おもりが机の上を動く際に、速度に比例した摩擦力が働くとし、比例定数を γ とする。

- (1-1) おもりの運動方程式を立てよ。
- (1-2) 指数関数型の解 $x(t) = e^{\lambda t}$ を仮定し、 λ に対する方程式を導け。
- (1-3) おもりにつり合いの位置で初速度 v_0 を与えた時、その後のおもりの運動を決定せよ。
摩擦が十分に小さいときと大きいときで、場合分けすること。
- (1-4) 摩擦が十分に小さいとき、上の結果をグラフに表せ。

問題 2 バネの下端に質量 m のおもりを付け、上端を振動させる。鉛直下向きに x 軸をとり、バネの上端の座標を x_0 とし、 $x_0 = A \sin \omega t$ と振動させる。バネ自身の質量、空気抵抗は無視し、バネ定数を k 、バネの自然長を ℓ とする。

- (2-1) 時刻 t において、おもりの位置が x のとき、バネの伸びはどれだけか。
- (2-2) おもりの運動方程式 (おもりの位置 x に対する微分方程式) を立てよ。
- (2-3) $y = x - \ell - mg/k$ とし、 y に対する微分方程式を導け。ただし、 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ とおいて式を整理せよ。
- (2-4) $y = B \sin \omega t$ がこの微分方程式を満たすように、定数 B を決定せよ。
- (2-5) $A = 0$ の場合 (バネの上端が動かない場合) の、 y の一般解を求めよ。
- (2-6) (2-4) と (2-5) の結果を合わせることで、 y の一般解を求めよ。
- (2-7) 初期条件としておもりを静かにぶらさげておいて、 $t = 0$ にバネの上端を振動させ始めたとき、おもりはどのような運動をするか。積分定数 C, D を決定して y を求めよ。
- (2-8) バネの上端の振動数 ω を、バネの固有振動数 ω_0 に近づけたとき、おもりはどのような運動をするか。極限 $\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} y$ を計算して調べよ。