

基礎力学演習 第5回 定数係数線形微分方程式・振り子

2019年10月25日 担当：佐藤 純

問題1 以下の微分方程式を初期条件 $[x = 0$ のとき $y = 0, y' = 4]$ のもとに解き，グラフの概形を描け．ただし， y は x の関数であるとし， $y' = dy/dx, y'' = d^2y/dx^2$ である．

(1-1) $y'' + 4y = 0$

(1-2) $y'' + 6y' + 13y = 0$

(1-3) $y'' + 6y' + 5y = 0$

問題2 糸の先におもりをつけ，他端を天井に固定して吊るす．糸の質量は無視し，おもりは鉛直面内で振動するとする．

糸の固定点を通る上向きの鉛直線を y 軸，おもりの最も低くなる点を原点とし，原点から水平方向に x 軸をとる．(図を参照)．

糸の長さを l ，おもりの質量を m とし， xy 面内の運動を考える．

(2-1) 単振り子の糸が y 軸となす角を θ とする．(図を参照)．

おもりの位置座標 (x, y) を θ を用いて表せ．

(2-2) 上式を時間微分することにより， \ddot{x}, \ddot{y} を $\dot{\theta}, \ddot{\theta}$ の式で表せ．

(2-3) 重力加速度を g ，糸の張力を T とし，おもりの運動方程式を立てよ．

(2-4) 上式から糸の張力 T を消去し， θ に対する微分方程式を導け．

(2-5) 振り子の振り幅が十分小さいとき，振り子の運動は単振動になることを示し，振動の周期を求めよ．

