

物理学入門 第11回 ガウスの法則・電位

2019年6月28日 担当：佐藤 純

問題1 半径 a の球内全体に、電荷 q が一様に分布している。

球の中心を原点として、 xyz 軸をとる。ただし、 $a > 0, q > 0$ とする。

(1-1) 球内の単位体積あたりの電荷密度 ρ を求めよ。

(1-2) 点 $P = (x, y, z)$ における電場ベクトルはどの方向を向いているか？

(1-3) 原点からの距離が r の点における電場の大きさ $E(r)$ を求めよ。

(球の内部 ($r < a$) と外部 ($r > a$) で場合分けせよ)

問題2 xy 平面全体に単位面積当たり σ の電荷が分布している。ただし、 $\sigma > 0$ とする。

(2-1) 点 $P = (x, y, z)$ における電場ベクトルはどの方向を向いているか？

(xy 平面の上 ($z > 0$) と下 ($z < 0$) で場合分けせよ)

(2-2) 点 $P = (x, y, z)$ における電場の大きさ $E(z)$ を求めよ。

((x, y) には依らないので $E(x, y, z)$ を $E(z)$ と書いた)

問題3 平面 $z = 0$ (xy 平面) 全体に単位面積当たり σ 、平面 $z = a$ 全体に単位面積当たり $-\sigma$ の電荷が分布している。ただし、 $a > 0, \sigma > 0$ とする。点 $P = (x, y, z)$ における電場の大きさ $E(z)$ を求めよ。

問題4 x 軸原点に電荷 q がある。

(4-1) テスト電荷 q_t を、 $x = a$ から $x = b$ まで運ぶのに必要な仕事 $W(a \rightarrow b)$ を求めよ。ただし、 $0 < b < a$ とする。

(4-2) このとき、テスト電荷は仕事 W をされることによって、ポテンシャルエネルギーを蓄える。位置 x におけるポテンシャルエネルギーを $U(x)$ とするとき、 $U(b) - U(a)$ を求めよ。

(4-3) ポテンシャルの基準点を $x = a$ に選ぶ。すなわち、 $U(a) = 0$ とする。

このとき、位置 x におけるポテンシャルエネルギー $U(x)$ を求めよ。

(4-4) ポテンシャルの基準点を無限遠点 $x = \infty$ に選んだときの、位置 x におけるポテンシャルエネルギー $U(x)$ を求めよ。

(4-5) 前問で求めたポテンシャルエネルギーを、テスト電荷 q_t で割ったもの $\phi(x) = U(x)/q_t$ を“電位”と呼ぶ。原点の電荷 q が位置 x に作る電位 $\phi(x)$ を求めよ。

(4-6) 位置 x における電場 $E(x)$ は、電位 $\phi(x)$ を微分することによって

$$E(x) = -\phi'(x)$$

と書けることを確認せよ。