

# 物理学入門 第11回 ガウスの法則・電位

2019年6月28日 担当：佐藤 純

**問題 1** 半径  $a$  の球内全体に、電荷  $q$  が一様に分布している。

球の中心を原点として、 $xyz$  軸をとる。ただし、 $a > 0, q > 0$  とする。

(1-1) 球内の単位体積あたりの電荷密度  $\rho$  を求めよ。

(1-2) 点  $P = (x, y, z)$  における電場ベクトルはどの方向を向いているか？

(1-3) 原点からの距離が  $r$  の点における電場の大きさ  $E(r)$  を求めよ。

(球の内部 ( $r < a$ ) と外部 ( $r > a$ ) で場合分けせよ)

**問題 2**  $xy$  平面全体に単位面積当たり  $\sigma$  の電荷が分布している。ただし、 $\sigma > 0$  とする。

(2-1) 点  $P = (x, y, z)$  における電場ベクトルはどの方向を向いているか？

( $xy$  平面の上 ( $z > 0$ ) と下 ( $z < 0$ ) で場合分けせよ)

(2-2) 点  $P = (x, y, z)$  における電場の大きさ  $E(z)$  を求めよ。

( $(x, y)$  には依らないので  $E(x, y, z)$  を  $E(z)$  と書いた)

**問題 3** 平面  $z = 0$  ( $xy$  平面) 全体に単位面積当たり  $\sigma$ 、平面  $z = a$  全体に単位面積当たり  $-\sigma$  の電荷が分布している。ただし、 $a > 0, \sigma > 0$  とする。点  $P = (x, y, z)$  における電場の大きさ  $E(z)$  を求めよ。

**問題 4**  $x$  軸原点に電荷  $q$  がある。

(4-1) テスト電荷  $q_t$  を、 $x = a$  から  $x = b$  まで運ぶのに必要な仕事  $W(a \rightarrow b)$  を求めよ。ただし、 $0 < b < a$  とする。

(4-2) このとき、テスト電荷は仕事  $W$  をされることによって、ポテンシャルエネルギーを蓄える。位置  $x$  におけるポテンシャルエネルギーを  $U(x)$  とするとき、 $U(b) - U(a)$  を求めよ。

(4-3) ポテンシャルの基準点を  $x = a$  に選ぶ。すなわち、 $U(a) = 0$  とする。

このとき、位置  $x$  におけるポテンシャルエネルギー  $U(x)$  を求めよ。

(4-4) ポテンシャルの基準点を無限遠点  $x = \infty$  に選んだときの、位置  $x$  におけるポテンシャルエネルギー  $U(x)$  を求めよ。

(4-5) 前問で求めたポテンシャルエネルギーを、テスト電荷  $q_t$  で割ったもの  $\phi(x) = U(x)/q_t$  を“電位”と呼ぶ。原点の電荷  $q$  が位置  $x$  に作る電位  $\phi(x)$  を求めよ。

(4-6) 位置  $x$  における電場  $E(x)$  は、電位  $\phi(x)$  を微分することによって

$$E(x) = -\phi'(x)$$

と書けることを確認せよ。