

物理学入門 第6回 単振動 I

2019年5月24日 担当：佐藤 純

問題 1 t の関数 $x(t)$ に対する以下の微分方程式の一般解を求め、与えられた初期条件のもとに積分定数を決定せよ。ただし、 $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$, $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ とする。

(1-1) $\ddot{x} - 4x = 0$ 初期条件： $x(0) = 3$, $\dot{x}(0) = -6$

(1-2) $\ddot{x} + 9x = 0$ 初期条件： $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 6$

(1-3) $\ddot{x} + 4\dot{x} + 13x = 0$ 初期条件： $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 12$

問題 2 バネの一端に質量 m のおもりを付け、滑らかな机の上に置いて、他端を固定する。おもりを引っ張ってバネを a だけ伸ばし、 $t = 0$ におもりを静かに離したとする。おもりを引っ張る方向に x 軸をとり、バネのつり合いの位置を $x = 0$ とする。バネ自身の質量は無視し、バネ定数を k とする。

(2-1) おもりの運動方程式を立てよ。

(2-2) 指数関数型の解 $x(t) = e^{\lambda t}$ を仮定し、 λ に対する方程式を導け。

(2-3) 上で求めた方程式から λ を決定し、運動方程式の一般解を求めよ。

(2-4) 運動方程式の初期条件 $x(0)$, $\dot{x}(0)$ を決定せよ。

(2-5) 上で求めた初期条件をもとに、時刻 t におけるおもりの位置 $x(t)$ を求めよ。

(2-6) 時刻 t におけるおもりの速度 $v(t)$ を求めよ。

問題 3 問題 2 のバネに 100g のオモリを吊るしたら、1cm 伸びた。

(3-1) このバネのバネ定数を求めよ。

(3-2) 問題 2 で単振動させたおもりの質量 m を 100g とする。
おもりは 1 秒間に何回振動するか。

(3-3) 問題 2-4 で最初に伸ばしたバネの長さを $a = 3\text{cm}$ とする。
おもりの速度の最大値を求めよ。